EPREUVE D'ÉLECTRICITE

Durée : 1 h 30, sans documents

Note préliminaire : L'étudiant doit rédiger cette épreuve sur une copie séparée. L'épreuve contient deux parties indépendantes A et B.

A. ELECTROSTATIQUE :

On se propose d'étudier les propriétés électromagnétiques relatives à des conducteurs cylindriques disposés parallèlement les uns par rapport aux autres dans d'air. Ces conducteurs sont très longs, mais cependant de dimensions finies. On négligera les effets de leurs extrémités ; par suite, les répartitions des champs et des potentiels dans un plan perpendiculaire à leurs axes sont indépendantes de la position de ce plan le long de ces conducteurs.

La permittivité de l'air sera prise égale à celle du vide, $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$.

On rappelle que le champ électrique intérieur à un conducteur à l'équilibre est nul et que par conséquent les charges électriques qu'il porte sont réparties en surface.

Étude d'un conducteur seul

On considère un conducteur cylindrique très long, en cuivre, de rayon a, seul dans l'espace ; il est porté au potentiel V_0 on désigne par q_0 la charge électrique linéaire qu'il porte par mètre de longueur.

1. Donner l'expression du champ électrique E à la distance $r > a$ de l'axe de ce conducteur en fonction de la charge linéaire q_0.
2. Donner l'expression générale du potentiel électrique V à la distance $r > a$ de l'axe.
3. Donner les valeurs de E et de V à l'intérieur du conducteur, pour $r < a$.
4. Quelle relation lie le champ $E\,(r = a^+)$ à la surface du conducteur, son rayon a et la charge électrique linéaire q_0 qu'il porte ? Commenter.

Association de deux conducteurs

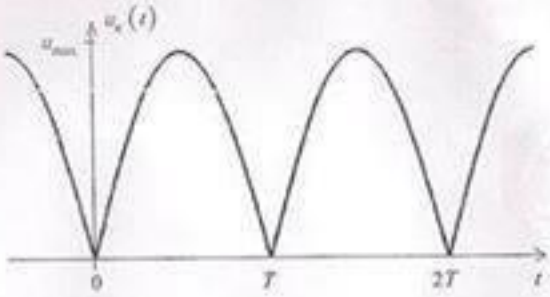
On considère deux conducteurs identiques au précédent, parallèles entre eux, seuls dans l'espace. Leurs rayons a sont de 0,5 cm, leurs axes sont à la distance $d = 12$ m. Le conducteur (1) est porté au potentiel $+V_0 = 1500$ V et le conducteur (2) au potentiel $-V_0$. Ces conducteurs ne transportent pas d'énergie vers un récepteur.

5. Donner l'expression du potentiel V_M en un point M aux distances r_1 de l'axe du conducteur (1) et r_2 de l'axe du conducteur (2), en fonction de charges linéiques $+q_0$ et $-q_0$ portées par chaque conducteur. On fera les approximations dues au fait que la distance d est très grande devant le rayon a.
6. Donner l'expression liant la différence de potentiel entre les deux conducteurs (1) et (2) à la charge linéique, dans le cadre de mêmes approximations. Le système, de longueur totale h formant un condensateur, quelle est sa capacité C ? Faire l'application numérique par mètre de longueur.
7. Par quelles figures géométriques sont représentées les surfaces équipotentielles ? Le potentiel étant défini à une constante près, trouver cette constante en déterminant l'équipotentielle $V_M = 0$; déterminer les équipotentielles $V_M = 500$ V et $V_M = -500$ V. Faire un tracé de quelques équipotentielles.

B. ELECTRONIQUE :

Filtrage passe-bas, Isolation de la composante continue

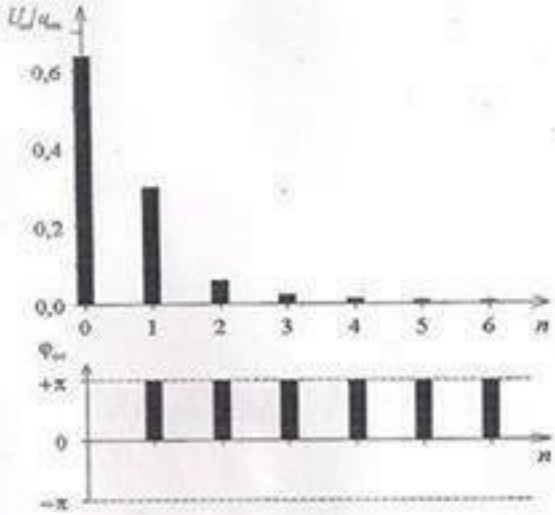
Considérons une tension sinusoïdale redressée double alternance $u_s(t)$. S'agissant d'une fonction paire, elle a un développement en série de Fourier en cosinus dont le spectre est représenté ci-dessous.



$$u_s(t) = u_{max}\left|\sin\frac{\pi t}{T}\right| = u_{max}\left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{4n^2-1}\cos n\omega t\right)$$

$$= U_{s0} + \sum_{n=1}^{\infty} U_{sn}\sqrt{2}\cos(n\omega t + \varphi_n)$$

Représentation temporelle



Spectre de Fourier

Une telle tension est obtenue en appliquant une tension sinusoïdale de période $2T$ aux bornes d'un pont de diodes dans le but de réaliser une source continue à partir d'une source sinusoïdale.

1- Déterminer la valeur efficace du signal.

2- Retrouver la valeur $U_{s0} = \frac{2u_{max}}{\pi}$ de la composante continue de cette tension. Quel est le pourcentage de la puissance du signal contenue dans cette composante continue ?

3- Retrouver l'expression $u_1(t) = -\frac{4}{3\pi}u_{max}\cos\omega t$ du fondamental de ce signal. Quel est le pourcentage de la puissance du signal contenue dans ce fondamental ?

4- Quel est le pourcentage de la puissance du signal contenue dans l'ensemble des harmoniques ?

5- Le but recherché étant d'obtenir une tension qui se rapproche le plus possible d'une tension continue, on réalise un filtrage passe-bas avec une pulsation de coupure très petite devant la « pulsation » du signal :

$$\omega_c \ll \frac{2\pi}{T}$$

Nous utilisons un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert a pour expression $H(j\omega) = \frac{1}{1+jx}$, avec $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ et on choisit $\omega_c = \frac{1}{20}\frac{2\pi}{T}$.

Déterminer, en sortie d'un tel filtre, les pourcentages de la puissance du signal contenue dans la composante continue, dans le fondamental et dans l'ensemble des harmoniques.